

Otimização multiobjetivo robusta aplicada para a preparação de alvéolos ósseos utilizados em implantes dentais

Robust optimization multi-objective applied for the preparation of bone alveoli used in dental implants

Marcio Aurélio da Silva¹, Fran Sérgio Lobato²

Resumo

No projeto de sistemas de engenharia é comum considerar que os modelos, as variáveis e os parâmetros são confiáveis, i.e., não apresentam erros de modelagem e de estimação. Entretanto, os sistemas a serem otimizados podem ser sensíveis a pequenas alterações nas variáveis de projeto causando significativas modificações no vetor de objetivos. Neste contexto, a presente contribuição tem por objetivo propor uma metodologia para o tratamento de problemas multiobjetivos usando o Algoritmo de Colônia de Vagalumes associado ao conceito de Média Efetiva para a inserção de robustez. Para essa finalidade, foi estudado a influência das condições de corte na vida da ferramenta e na força de avanço de brocas utilizadas em implantodontia durante a preparação de alvéolos ósseos utilizados em implantes para fins da maximização do número de furos e para a minimização da força de avanço máxima. Os resultados obtidos demonstram que a metodologia proposta configura-se como uma estratégia interessante para o tratamento de problemas de otimização robustos.

Palavras-Chave: Otimização Multiobjetivo Robusta, Algoritmo de Colônia de Vagalumes, Implantes Dentais.

Abstract

In the design of engineering systems it is commonly considered that models, variables and parameters are sufficiently reliable, i.e., there are no errors of modeling and estimation. However, systems to be optimized are generally sensitive to small changes in the design variables leading to significant changes in the vector of objective functions. In this context, the present contribution aims at proposing a methodology for the treatment of optimal design problems using the Firefly Algorithm associated with the concept of Mean Effective for the insertion of robustness. For this finality, was studied the influence of feed velocity and spindle speed used in implantology during preparation of site bone implant receptors to maximize the number of drilled holes and to minimize the maximum thrust force.

The results obtained demonstrate that the proposed method is configured as an interesting approach for the solution of robust optimization problems.

Keywords: Robust Multiobjective Optimization, Firefly Colony Algorithm, Dental Implants.

1. Professor Doutor. Instituto Master de Ensino Presidente Antônio Carlos – IMEPAC Araguari. E-mail: marcioaureliosilva10@gmail.com
2. Professor Doutor. Faculdade de Engenharia Química – Universidade Federal de Uberlândia.

Introdução

O projeto de sistemas de engenharia sob o enfoque da abordagem multiobjetivo caracteriza um poderoso ferramental com grande aplicabilidade em áreas distintas da ciência e da engenharia. Este interesse se deve ao fato de que naturalmente o problema de projeto pode ser formulado com mais de um objetivo, sendo estes frequentemente conflitantes, i.e., uma melhora em um deles causa a deteriorização no(s) outro(s) e vice-versa.

Tradicionalmente, a resolução deste tipo de problema têm sido obtida via aplicação de métodos fundamentados no uso de informações sobre a derivada da função objetivo e de suas restrições (DEB, 2001). Nos últimos anos, uma nova linha de pesquisa têm atraído a atenção de pesquisadores no que tange a resolução de problemas de otimização, a saber, as abordagens bio-inspiradas na natureza. Estas têm como principais características o fato de não trabalharem com informações sobre o gradiente da função objetivo e das restrições para a determinação da melhor solução, podendo desta forma, escapar de um ótimo local. Além disso, trabalham com uma população de candidatos para representar a solução deste problema. Basicamente, estas estratégias bio-inspiradas procuram imitar o comportamento social de espécies encontradas na natureza para fins da determinação de relações matemáticas, utilizadas para a geração de candidatos em potencial para resolver o problema de otimização.

Dentre estas abordagens bio-inspiradas na natureza destaca-se o Algoritmo de Colônia de Vagalumes - ACV (*Firefly Colony Algorithm*). Em linhas gerais, esta estratégia evolutiva é fundamentada na característica bio-luminescente dos vagalumes, insetos coleópteros notórios por suas emissões luminosas, para definir uma relação

matemática para gerar candidatos a solução do problema de otimização. Dentre as funções desempenhadas por esta luminescência pode-se enumerar (YANG, 2008): (i) ferramenta de comunicação e atração para potenciais parceiros na reprodução; (ii) isca para atração de eventuais presas para o vagalume; (iii) mecanismo de alerta para potenciais predadores. A função da comunicação através dessa bioluminescência advém do fato observado de que, em determinadas espécies de vagalumes, a taxa de intermitência e a intensidade dos flashes luminosos é parte essencial do mecanismo que os vagalumes utilizam para o ritual de acasalamento (as fêmeas são atraídas pelo brilho emitido pelos machos) (YANG, 2008). Neste contexto, o brilho emitido por cada vagalume pode ser interpretado, do ponto de vista da otimização, como uma forma de relacionar a posição do vagalume com a localização do ótimo global em um problema de otimização. Neste caso, aquele vagalume com maior intensidade de brilho terá maior possibilidade de estar localizado no ponto ótimo, i.e., que minimiza (ou maximiza) uma determinação função objetivo.

Tradicionalmente durante a otimização de funções considera-se que o resultado encontrado não está sujeito à influência de perturbações das variáveis de projeto e/ou dos parâmetros envolvidos no processo. Todavia, como ilustrado na Fig. 1 para um problema mono-objetivo, observa-se que a solução ótima global é muito sensível a pequenas perturbações da variável x e que a solução ótima local é “estável” no que diz respeito a determinadas perturbações desta variável.

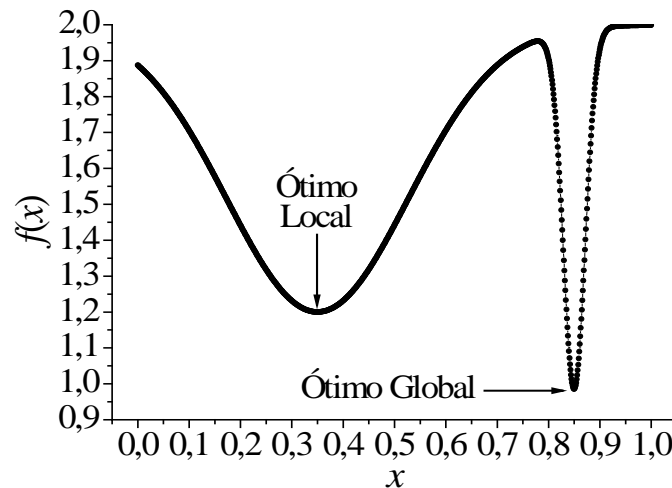


Figura 1: Solução robusta e solução sensível à realização de perturbações.

No contexto atual do projeto de sistemas de engenharia, é viável que uma solução possa ser produzida observando tolerâncias de fabricação. Exigência excessiva com relação às variáveis e/ou parâmetros pode inviabilizar os custos de produção, além do que, em muitas aplicações, a tecnologia disponível não é capaz de atender à precisão imposta. Além disso, também há de se considerar que os modelos, as variáveis e os parâmetros podem não ser plenamente confiáveis, i.e., apresentam erros de modelagem e de estimação. Neste caso, os sistemas a serem otimizados podem ser sensíveis a pequenas alterações nas variáveis de projeto ocasionando modificações no vetor de objetivos (solução não robusta).

Assim, define-se otimização robusta é como uma abordagem que produz uma solução pouco sensível a pequenas alterações nas variáveis de projeto (TAGUCHI, 1984). Ressalta-se que uma solução robusta pode não coincidir com a solução nominal, i.e., com a solução onde não se considera a robustez (ver Fig. 1). Neste contexto, a robustez caracteriza uma importante ferramenta para auxiliar a obtenção de uma solução pouco sensível, sob determinadas condições, quando expostas a dadas condições de incerteza.

Diante do que foi exposto, o presente trabalho tem por objetivo aplicar o conceito de robustez associado ao Algoritmo de Colônia de Vagalumes para avaliar a influência das condições de corte na vida da ferramenta e na força de avanço de brocas utilizadas em implantodontia durante a preparação de alvéolos ósseos utilizados em implantes, conforme proposto por Bertotele (2009) e estudado por Silva *et al.* (2013). Para essa finalidade será aplicado o algoritmo MOFA - *Multiobjective Optimization Firefly Algorithm* (LOBATO *et al.*, 2011a) para a maximização do número de furos e a minimização da força de avanço máxima. Este trabalho está estruturado como segue: as seções 2 e 3 apresentam características gerais sobre otimização multiobjetivo e robustez, respectivamente; já na seção 4 é mostrada a concepção do ACV e sua extensão para o tratamento de problemas multiobjetivos; na seção 5 são apresentados uma breve descrição do problema físico e os resultados. Finalmente, as conclusões e perspectivas são comentadas na última seção.

Otimização Multiobjetivo

O Problema de Otimização Multiobjetivo (POMO) consiste na otimização de um vetor com m funções objetivo $f(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \dots \ f_m(\mathbf{x})]$

sujeito a um vetor com k de variáveis de projeto $\mathbf{x} = [x_1; x_2 \dots x_k]$. A definição de ótimo para o POMO, reconhecido como Ótimo ou Curva de Pareto, foi proposta em 1881 por Vilfredo Pareto. De acordo com essa definição, problemas multiobjetivos têm um conjunto de soluções de “compromisso”, em que uma solução pode ser melhor com relação a um objetivo f_1 mas pior em relação ao objetivo f_2 e vice versa. A literatura especializada apresenta vários métodos de otimização multiobjetivos (DEB, 2001; LOBATO, 2008). A grande maioria desses métodos apresenta como fundamentação conceitual os algoritmos bio-inspirados na natureza, i.e., algoritmos que procuram imitar o comportamento da natureza para o desenvolvimento de métodos de otimização. O aumento da popularidade dos algoritmos multiobjetivos baseados em métodos bio-inspirados se deve à sua concepção simples, por apresentarem facilidade de uso e de implementação e por serem capazes de obter a CP em uma simples execução. Essas características têm feito com que estes métodos se tornem bastante atrativos para a resolução de problemas reais de otimização (DEB, 2001; LOBATO, 2008).

Otimização Robusta

Na literatura podem ser encontrados estudos que fazem uso do conceito de robustez no contexto mono e multi-objetivo (DEB e GUPTA, 2006). A grande maioria destes estudos requer a introdução de novas restrições e/ou novos objetivos, como no caso das funções de vulnerabilidade (relação entre a média e o desvio padrão do vetor de funções objetivo) e de funções de distribuições de probabilidade para as variáveis de projeto e/ou objetivos. Como alternativa a estas formulações clássicas, Deb e Gupta (2006) estenderam o conceito de Média Efetiva, originalmente utilizada para problemas mono-objetivos, para o contexto multiobjetivo. Nesta abordagem, nenhuma restrição adicional é inserida no problema original. Desta forma, o problema é reescrito como uma “média” do vetor de objetivos originais.

Média Efetiva (DEB e GUPTA, 2006) - Uma solução x^* é denominada solução multi-objetivo robusta se a solução Ótima de Pareto é viável para o seguinte problema de otimização multi-objetivo definido em relação à vizinhança δ de uma solução x :

$$\min \left(\frac{1}{|\Upsilon_\delta(x)|} \int_{y \in \Upsilon_\delta(x)} f_1 dy, \frac{1}{|\Upsilon_\delta(x)|} \int_{y \in \Upsilon_\delta(x)} f_2 dy, \dots, \frac{1}{|\Upsilon_\delta(x)|} \int_{y \in \Upsilon_\delta(x)} f_M dy \right) \quad (1)$$

Na qual $|\Upsilon_\delta|$ é o hipervolume da vizinhança e f é o vetor com M objetivos. Um conjunto finito de H soluções deve ser gerado “aleatoriamente” usando, por exemplo, o Hipercubo Latino para a avaliação da integral dada pela Eq. (1). Neste caso, definindo-se a vizinhança δ em relação ao vetor de variáveis de projeto, N soluções x são geradas empregando-se o Hipercubo Latino, sendo a integral avaliada numericamente. Salienta-se que isto onera em muito o custo computacional do processo, já que são necessárias, a cada geração,

N avaliações adicionais da função objetivo (DEB e GUPTA, 2006).

Algoritmo de colônia de vagalumes e sua extensão para o contexto multiobjetivo

Descrição Algoritmo de Colônia de Vagalumes

No ACA proposto por Yang (2008) são consideradas as seguintes hipóteses: (i) os vagalumes não possuem sexo, portanto qualquer vagalume poderá atrair ou ser atraído; (ii) a atratividade é proporcional ao brilho emitido e

decai conforme aumenta a distância entre os vagalumes (regra baseada em observação do comportamento animal); (iii) o brilho emitido por um vagalume é determinado pela sua avaliação frente ao objetivo (i.e., quanto melhor avaliado, mais brilhante), (iv) a atratividade de um vagalume é determinada pela intensidade da luz emitida, e (v) a determinação da intensidade emitida é função de sua avaliação.

Neste sentido, a intensidade de emissão de luz de um vagalume é proporcional à função objetivo,

$$\omega = \omega_o \exp(-\gamma r^2) \quad (2)$$

em que ω_o é a atratividade para uma distância $r = 0$. A movimentação em um dado passo de tempo t

$$x_i^t = x_i^{t-1} + \omega(x_j^{t-1} - x_i^{t-1}) + \kappa(\text{rand} - 0,5) \quad (3)$$

Na equação acima, o segundo termo do lado direito insere o fator de atratividade ω , enquanto o terceiro termo, ponderado pelo parâmetro κ , regula a inserção de certa aleatoriedade no caminho percorrido pelo vagalume, onde *rand* é um número aleatório entre 0 e 1.

No ACV, o usuário deve informar os seguintes parâmetros: número de vagalumes (n), número de variáveis de projeto (D), fator de atratividade (ω), parâmetro de inserção de regularidade (κ), e número máximo de gerações/iterações (n_{gen}).

É importante ressaltar que outras versões do ACV podem ser encontradas na literatura, como por exemplo, no proposto por Werner-Allen *et al.* (2005).

Na literatura pode-se encontrar algumas aplicações do ACV, dentre as quais são citadas: sincronização de sensores em rede (WERNER-ALLEN *et al.*, 2005), projeto de redes sem fio (LEIDENFROST e ELMENREICH, 2008), otimização de funções matemáticas (YANG, 2008), resolução de um problema inverso de condução de calor (LUZ *et al.*; 2009), desenvolvimento de uma estratégia auto-adaptativa usando modelos

i.e., $I(x) \approx J(x)$, que decai em função da distância entre os vagalumes devido à absorção da luz pelo meio. Assim, a intensidade percebida por um vagalume é dada por: $I(r) = I_o \times \exp(\gamma r^2)$, em que I_o é a intensidade da luz emitida; r é a distância Euclidiana entre os vagalumes i e j , sendo i o vagalume mais brilhante e j o vagalume menos brilhante; e γ é o parâmetro de absorção da luz pelo meio. O fator de atratividade ω , responsável pela aproximação dos vagalumes, é definido como:

do vagalume i em direção a um melhor vagalume j , em termos da função objetivo, é definida como:

caóticos para a atualização dos parâmetros do ACV (LOBATO e STEFFEN JR, 2010), projeto de sistemas de engenharia (LOBATO *et al.*, 2011a), otimização de hidrociclones (LOBATO *et al.*, 2011b), estimação de parâmetros de controladores em processos químicos (SOUZA *et al.*, 2012), controle ótimo (LOBATO *et al.*, 2012), dentre outras aplicações.

Multiobjective Optimizaiton Firefly Algorithm (MOFA)

No contexto multiobjetivo, os algoritmos fundamentados em população são inerentemente mais atrativos que os baseados em pontos para o tratamento de problema com mais de um objetivo. Isto se deve à capacidade destes em obter a Curva de Pareto em uma única execução, diferentemente do que acontece com métodos clássicos, onde são necessárias várias execuções (DEB, 2001).

Recentemente, Lobato *et al.* (2011a) propuseram um algoritmo multiobjetivo fundamentado no ACV, o *Multiobjective*

Optimization Firefly Algorithm (MOFA). Basicamente, o MOFA associa o ACA ao critério de dominância de Pareto e ao operador de truncamento de soluções.

Em linhas gerais, o MOFA apresenta a seguinte estruturação: inicialmente, uma população com N indivíduos é gerada aleatoriamente. Aplica-se o procedimento descrito anteriormente para a geração de uma nova população com N candidatos usando a Eq. (3). Esta nova população é agrupada com a população antiga, formando assim a população P_1 de tamanho $2N$. P_1 é então classificada segundo o critério de dominância, formando a população P_1^* , com N indivíduos. Este critério consiste na organização dos indivíduos da população em fronteiras que refletem sua

importância no processo evolutivo da seguinte maneira: inicialmente, através do critério de dominância, a população é classificada e tomada como *Rank* 1. Esses indivíduos de *Rank* 1 são retirados da população. A população restante é novamente classificada segundo esse critério de dominância, sendo que essa população assume *Rank* 2. Esses indivíduos são retirados da população atual e novamente é realizada a classificação dos indivíduos que restaram. Tal procedimento é repetido até que todos os indivíduos da população sejam classificados.

Classificada a população, apenas os N “melhores” indivíduos são considerados para a geração dos vizinhos segundo a relação abaixo (HU *et al.*, 2006):

$$\chi(x) = [x - D_k(x)/2, x + D_k(x)/2] \quad (4)$$

onde

$$D_k(g) = \frac{k}{R} [x^U - x^L] \quad (5)$$

$D_k(g)$ é um vetor que depende da geração corrente g , R é o número de pseudo-curvas definidas pelo usuário e x^U e x^L são os limites

máximos e mínimos de cada variável de projeto x . O número de indivíduos em cada pseudo-curva (n_k) é dado por (HU *et al.*, 2006):

$$n_k = r n_{k-1} \quad (6)$$

onde r é a taxa de redução. Segundo Hu *et al.* (2006), uma população com N indivíduos, n_k pode ser calculado como:

$$n_k = N \frac{1-r}{1-r^R} r^{k-1} \quad (7)$$

Se $r < 1$, o número de indivíduos na primeira pseudo-curva é alto e cada pseudo-curva tem um número de soluções exponencialmente reduzidas, enfatizando assim a busca local. Por outro lado, se $r > 1$, o número de soluções na última pseudo-curva é alto, enfatizando a busca global.

De posse dos vizinhos gerados pelo procedimento descrito anteriormente, estes por sua vez são classificados de acordo com o critério

de dominância e somente os vizinhos não-dominados (P_2) serão adicionados à população P_1^* para formar a população P_3 (população da próxima geração). P_3 é classificada de acordo com o critério de dominância. A população P_3 , de tamanho maior de N , é truncada de acordo com o operador *Crowding Distance* (DEB, 2001). Este operador é responsável pela eliminação das soluções que estão muito próximas, já que é

interessante que se tenha uma Curva de Pareto bem distribuída no domínio dos objetivos.

O processo continua até que um determinado critério de parada seja satisfeito. É importante ressaltar que a metodologia proposta por estes autores não considerava a inserção de robustez ao algoritmo, resultado apenas na obtenção de soluções ditas nominais (não robustas). Detalhes sobre o desenvolvimento do algoritmo multiobjetivo podem ser encontrados em Lobato *et al.* (2011a).

Resultados e discussão

Para fins de aplicação do MOFA será considerado o processo físico proposto por Bertolete (2009) e estudado por Silva *et al.* (2013), o qual avaliou a influência das condições de corte na vida da ferramenta e na força de avanço de brocas utilizadas em implantodontia durante a preparação de alvéolos ósseos utilizados em implantes. Para essa finalidade, foi proposto um Planejamento Composto Central (PCC) com três réplicas no centro, conforme o Quadro 1.

Quadro 1: Planejamento Composto Central (BERTOLETE, 2009).

Testes	Vel. Avanço (mm/min)	Vel. Avanço valor codificado	Rotação (rpm)	Rotação valor codificado
1	24	-1	1000	-1
2	24	-1	2500	1
3	45	1	1000	-1
4	45	1	2500	1
5	22,5	-1,14	1750	0
6	46,5	1,14	1750	0
7	34,5	0	889	-1,14
8	34,5	0	2611	1,14
9 (C)	34,5	0	1750	0
10 (C)	34,5	0	1750	0
11 (C)	34,5	0	1750	0

Bertolete (2009) utilizou brocas de aço inoxidável martensítico M340 da Böhler fabricadas pela empresa SIN para a furação considerando tibia bovina, sendo a vida útil da ferramenta e a força de avanço as variáveis de saída monitoradas. A vida da ferramenta foi estimada a partir do número de furos realizados tendo como critério de fim de vida a temperatura próxima a parede óssea igual ou superior a 47°C. Dessa forma, o monitoramento da temperatura foi feito durante a furação através de uma unidade de aquisição de dados Agilent® 34970A, que registrava as informações dos três termopares tipo T inseridos lateralmente em corpos-de-prova de 20 mm de largura,

posicionados na cortical óssea a 3, 7 e 13 mm a partir da superfície (BERTOLETE, 2009).

Para monitorar a força de avanço utilizou-se um dinamômetro rotativo Kistler 9123C acoplado ao eixo árvore da máquina-ferramenta, com resposta via *software* LabView 7.0®. A aquisição dos dados de força foi realizada simultaneamente aos ensaios de temperatura, naqueles corpos de prova específicos, mas também nos dois furos posteriores, em uma amostra de tibia sem ser fatiada.

Com a realização dos ensaios experimentais, Bertolete (2009) obteve os seguintes meta-modelos que representam o número de furos (y_1)

e a força de avanço máxima (y_2) em função da velocidade de avanço (x_1) e da rotação (x_2):

$$y_1 = 6,395 + 16,926x_1 + 12,181x_2 + 13,481x_1^2 + 9,683x_2^2 + 0,25x_1x_2 \quad (8)$$

$$y_2 = 84,903 + 15,228x_1 - 44,518x_2 + 0,460x_1^2 + 8,657x_2^2 - 5,390x_1x_2 \quad (9)$$

onde as variáveis codificadas (x_1, x_2), são delimitadas pelo intervalo $-1,14744 \leq x_i \leq 1,14744$.

Recentemente, de posse do modelo matemático obtido por Bertolete (2009), Silva *et al.* (2013) determinaram as condições ótimas de operação (velocidade de avanço e rotação da broca) para fins da maximização do número de furos e para a minimização da força de avanço máxima via formulação e resolução de um problema de otimização multiobjetivo usando o Algoritmo de Evolução Diferencial. Todavia, sem considerar a inserção se robustez a esse estudo de caso.

Assim, como sequência do trabalho estudado por Silva *et al.* (2013), o presente trabalho tem por objetivo avaliar a influência da inserção de robustez na qualidade da solução em relação a solução sem robustez, denominada por solução nominal.

Problema de Otimização Multiobjetivo Nominal (Sem Robustez)

Para o estudo de caso nominal, foram considerados os seguintes parâmetros no algoritmo MOFA: população com 50 vagalumes, número de gerações igual a 100, coeficiente de absorção igual a 1 e coeficiente de atratividade igual a 0,9. Neste caso, com os parâmetros listados para o estudo de caso nominal são necessárias 50+50×100 avaliações da função objetivo em cada execução.

A Fig. 2 apresenta a Curva de Pareto com alguns pontos destacados no Quadro 2. Nesta figura é possível observar que existe um compromisso entre a maximização do número de furos e a minimização da força de avanço máxima e que estes objetivos são conflitantes, i.e., um aumento em um deles provoca a redução no outro e vice-versa.

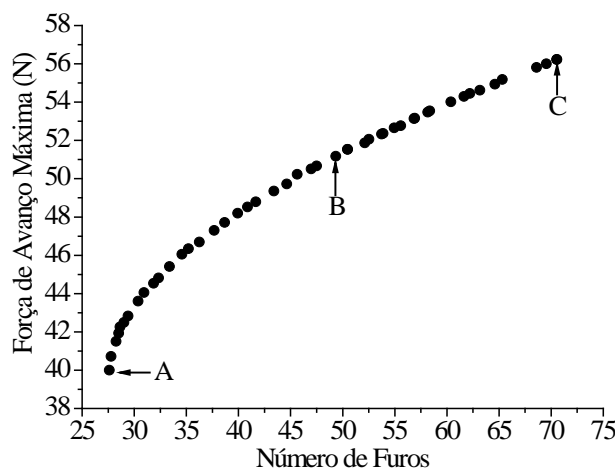


Figura 2: Curva de Pareto (número de furos versus força de avanço máxima).

Quadro 2: Alguns pontos da Curva de Pareto.

Ponto	x_1	x_2	Velocidade de Avanço (mm/min)	Rotação (rpm)	Número de Furos	Força de Avanço Máxima (N)
A	-1,0329	0,9712	23,6554	2478,3913	24	40,0024
B	0,6661	1,1445	41,4936	2608,3099	50	51,5322
C	1,1467	1,1466	46,5402	2609,8978	70	56,2219

Com os resultados apresentados nesta tabela observa-se o comportamento conflitante dos objetivos considerados. Além disso, para uma vida útil da ferramenta com 70 furos as condições ótimas de corte são 46,6 mm/min e 2609,9 rpm, com força de avanço máxima predita de 56,3 N. Por outro lado, para 24 furos as condições ótimas de corte são 23,7 mm/min e 2478,4 rpm, com força de avanço máxima predita de 40 N. Estes resultados estão em concordância com aqueles reportados por Silva *et al.* (2013), onde o melhor valor, em termos da minimização da força, corresponde x_1 igual a -0,5988 (28,21 mm/min), x_2 igual a 1,1450 (2609,0 rpm) com 28 furos e com força de avanço máxima de 40 N. Já o ponto que corresponde a maximização do número de furos corresponde a x_1 igual a 1,146 (46,53 mm/min), x_2 igual a 1,147 (2610 rpm) com 70 furos e com força de avanço máxima igual a 56,19 N.

Do ponto de vista físico, com a análise dos resultados obtidos verifica-se que a velocidade de avanço tem influência relevante na diminuição da temperatura ao redor da parede ósea, porque quanto mais rápido a ferramenta realizar o corte, menor será o tempo para que haja dissipação de calor ao osso. O aumento da rotação, embora também aumente a capacidade de se fazer furos, tem influência mais significativa na diminuição da

força de avanço, devido às menores áreas de contato cavaco-ferramenta. Portanto, pode-se, concluir que maiores parâmetros de corte conduzem a um maior número de furos com força de avanço baixa.

Problema de Otimização Multiobjetivo Robusto

Para o estudo de caso robusto foram considerados os mesmos parâmetros empregados para o caso nominal, além de 25 amostras para a estimação da integral dada pela Eq. (1). Assim, para o caso robusto são necessárias $50+50 \times 100 \times 25$ avaliações da função objetivo. Neste cenário, observa-se que há um grande acréscimo no número de avaliações para o caso robusto, como já era de se esperar. Isto se deve a necessidade de avaliar a integral dada pela Eq. (1), o que faz com que o tempo total de processamento requerido para a resolução do problema aumente consideravelmente. Também foram considerados desvios (δ) para cada uma das variáveis [0,01 0,05 0,1].

A Fig. 3 apresenta a Curva de Pareto considerando diferentes desvios e com os pontos extremos (melhor valor em termos do número de furos e melhor valor em termos da força de avanço máxima) destacados no Quadro 3.

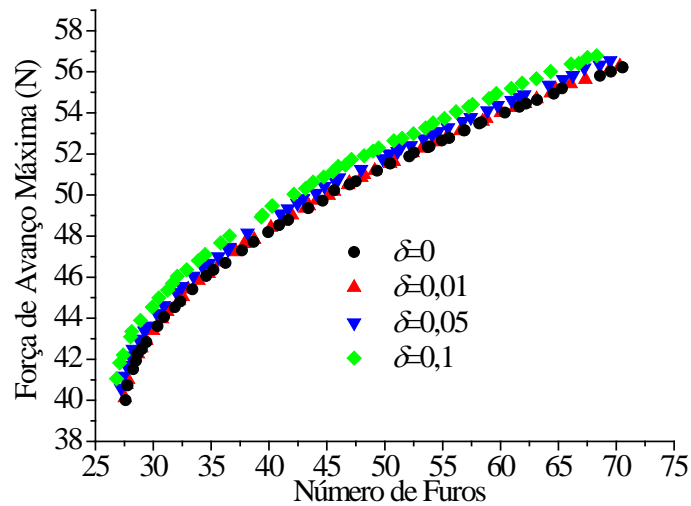


Figura 3: Curva de Pareto (número de furos versus força de avanço máxima) considerando diferentes valores de desvio (δ).

Quadro 3: Pontos extremos da Curva de Pareto para diferentes valores de desvio (δ).

δ	x_1	x_2	Velocidade de Avanço (mm/min)	Rotação (rpm)	Número de Furos	Força de Avanço Máxima (N)
0,01	-0,5883	1,1472	28,3234	2610,3475	27	40,1223
	1,1455	1,1461	46,5286	2609,5841	70	56,2745
0,05	-0,5629	1,1439	28,5886	2607,9613	27	40,5987
	1,1473	1,1442	46,5473	2608,1611	69	56,5518
0,1	-0,5446	1,1474	28,7807	2610,5700	27	41,0545
	1,1471	1,1456	46,5451	2609,2025	69	56,7816

Nesta figura observa-se que o valor do desvio influencia significativamente a Curva de Pareto, i.e., quanto maior o valor de δ maior é o deslocamento observado em relação à Curva de Pareto nominal (δ igual a zero). Em termos do vetor de variáveis de projeto (x_1 e x_2) também percebe-se que o valor do desvio influencia estes valores, i.e., estes são sensíveis a pequenas perturbações que podem resultar em desvios consideráveis em relação ao projeto nominal. Ressalta-se que os resultados obtidos com a metodologia robusta são mais interessantes do que a metodologia nominal por considerar desvios no vetor de variáveis de projeto. Todavia, as custas de um maior número de avaliações da função objetivo em relação à metodologia nominal.

Conclusões

O presente trabalho teve por objetivo avaliar a influência das condições de corte na vida da ferramenta e na força de avanço de brocas utilizadas em implantodontia durante a preparação de alvéolos ósseos utilizados em implantes. Neste contexto, considerou-se como objetivos a maximização do número de furos e a minimização da força de avanço, otimizados a partir da aplicação do algoritmo MOFA associado ao conceito de Média Efetiva para a inserção de robustez.

Os resultados encontrados pelo algoritmo MOFA estão em concordância com os apresentados por Bertolete (2009) e por Silva *et*

al. (2013), de modo que, para uma vida de ferramenta com 70 furos e força de avanço de aproximadamente 56 N, os parâmetros de corte preditos foram de níveis elevados (velocidade de avanço de 46,6 mm/min e rotação de 2609,9 rpm). Em termos de robustez, percebe-se que, apesar da metodologia apresentada requerer mais avaliações da função objetivo em relação a metodologia nominal (sem robustez), o uso desta ferramenta permite maior confiabilidade na implementação dos resultados obtidos. Isto se deve ao fato da formulação do problema contemplar a presença de incertezas, o que na maioria das aplicações é negligenciada.

Referências

BERTOLETE, M. C. **Determinação da vida de brocas utilizadas em implantodontia e influência das condições de corte.** Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, Brasil, 2009.

DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms.** First edition, New York, John Wiley and Sons, 2001.

DEB, K., GUPTA, H. Introducing robustness in multi-objective optimization, **Evolutionary Computation**, v. 14, p. 463-494, 2006.

HU, X., COELLO COELLO, C. A., HUANG, Z. A new multi-objective evolutionary algorithm: neighborhood exploring evolution strategy, Disponível em: <http://www.lania.mx/~ccoello/emoo>, Acesso em: 15/09/2015, 2006.

LEIDENFROST, R., ELMENREICH, W. Establishing wireless time-triggered communication using a firefly clock synchronization approach. Proceedings of the 2008 International Workshop on Intelligent Solutions in Embedded Systems, 2008.

LOBATO, F. S. **Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia.** Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil, 2008.

LOBATO, F. S., STEFFEN JR, V. Desenvolvimento de uma estratégia de otimização auto-adaptativa usando

Como sequência deste trabalho pretende-se aplicar a metodologia em outras aplicações práticas, como por exemplo, no projeto de cristalizadores e secadores. Além disso, avaliar a influência dos parâmetros do MOFA e estudar a paralelização deste algoritmo para fins de redução do tempo total de processamento.

Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPEMIG, a CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro deste trabalho.

modelos caóticos de busca e o algoritmo vagalume. XIII Encontro de Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, Campus Regional da UERJ, Nova Friburgo/RJ, Brasil, 2010.

LOBATO, F. S., ARRUDA, E. B., CAVALINI JR, A. AP., STEFFEN JR, V., Engineering system design using firefly algorithm and multi-objective optimization. Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Washington-USA, August 28-31, 2011a.

LOBATO, F. S., VIEIRA, L. G. M., BARROZO, M. A. S. Estudo do desempenho de hidrociclones usando a metodologia de superfície de respostas e otimização multiobjetivo. XIV Encontro de Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, Campus Regional da UERJ, Nova Friburgo/RJ, Brasil, 2011b.

LOBATO, F. S., SANTOS, K. G., MALAGONI, R. A. Resolução de problemas de controle ótimo usando técnicas de otimização bio-inspiradas na natureza. XIX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Búzios-RJ, Brasil, 2012.

LUZ, E. F. P., BECCENERI, J. C., CAMPOS VELHO, H. F. Conceitualização do algoritmo vagalume e sua aplicação na estimativa de condição inicial da equação de calor. IX Workshop do Curso de Computação Aplicada do INPE (worcap 2009), São José dos Campos-SP, Brasil, 2009.

SILVA, M. A., SOUSA, M. N., CARNEIRO, M. B., MACHADO, A. R., LOBATO, F. S. Análise da furação de alvéolos ósseos utilizados em implantes dentais

usando otimização multiobjetivo, XVI Encontro de Modelagem Computacional e IV Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais, Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus/Ba, Brasil. 2013.

SOUZA, D. L., GEDRAITE, R., LOBATO, F. S. A comparative study using bio-inspired optimization methods applied to controllers tuning, **Frontiers in Advanced Control Systems**, INTEC, p. 7-27, 2012.

TAGUCHI, G. **Quality engineering through design optimization**. Kraus International Publications. New York-USA, 1984.

WERNER-ALLEN, G., TEWARI, G., PATEL, A., WELSH, M., AND NAGPAL, R. Firefly-inspired sensor network synchronicity with realistic radio effects. Proceedings of the Third International Conference on Embedded Networked Sensor Systems, p. 142-153, 2005.

YANG, X.-S. **Nature-inspired metaheuristic algorithms**. Luniver Press, Cambridge, 2008.